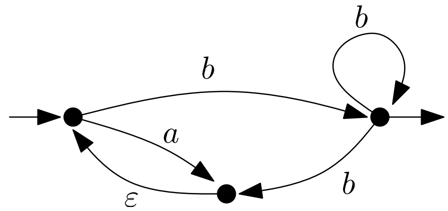
UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Vera Koponen

TENTAMEN
Automatateori
2019-12-19

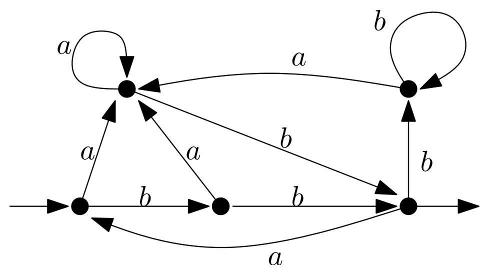
Skrivtid: 8 – 13. Tillåtna hjälpmedel: pennor, radergummi, linjal, papper (det sistnämnda tillhandahålles). *Betygsgränser:* För betyg 3/4/5 minst 18/25/32 poäng. Om man har fått minst 10 poäng, respektive minst 15 poäng, på duggan som gavs på hösten 2019 så får man uppgifterna 1 och 2, respektive 1, 2 och 3, tillgodo (alltså full poäng utan att göra dem). *Om inget annat sägs så ska svaren/lösningarna motiveras på lämpligt sätt.*

1. Konstruera, med delmängdsalgoritmen, en DFA som accepterar samma språk som följande NFA: (3p)



2. Konstruera, med tillståndselimination, ett reguljärt uttryck för språket som accepteras av NFA:n i uppgift 1. (3p)

3. Konstruera, med särskiljandealgoritmen, en minimal DFA som accepterar samma språk som följande DFA. Om DFA:n redan är minimal så måste detta ändå motiveras med särskiljandealgoritmen. (3p)



4. För vart och ett av följande språk (över alfabetet $\{a, b\}$), bestäm om det är reguljärt eller inte. Om det är reguljärt så måste du visa detta med hjälp av ett reguljärt uttryck, DFA eller NFA och eventuellt med lämpliga slutenhetsegenskaper. Om det inte är reguljärt ska detta visas med särskiljandesatsen eller pumpsatsen för reguljära språk. (5p)

$$L_1 = \{ab^{2n}ab^m : n, m \in \mathbb{N}\}$$
$$L_2 = \{ab^{2n}ab^n : n \in \mathbb{N}\}$$

5. Betrakta nedanstående grammatik som vi kallar G. Bara symbolerna a och b är terminerande. (4p)
(a) För var och en av strängarna *abbabbabb* och *baababbbb*, bestäm om strängen tillhör $L(G)$. Om den gör det så visa en produktion av strängen. I annat fall förklara varför ingen sådan produktion finns.
(b) $L(G)$ är faktiskt ett sammanhangsfritt språk. Konstruera en PDA som accepterar $L(G)$ (dvs en PDA M sådan att $L(M) = L(G)$).

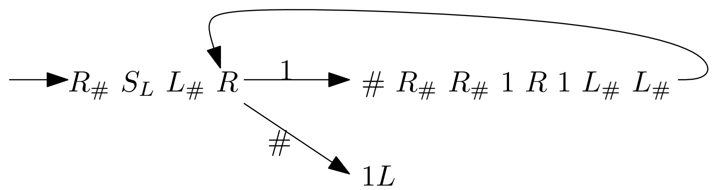
$$S \to SABB \mid TBB \qquad T \to a$$
$$AB \to BA \qquad A \to a$$
$$BA \to AB \qquad B \to b$$

Fortsätter på nästa sida.

6. Nedan beskrivs en TM som beräknar en funktion i två variabler, som vi kan kalla $f(x, y)$. Naturliga tal representeras i 1-systemet där strängen 1^n representerar talet n. Kom ihåg att om "vänstershiftaren" S_L startas med (exempelvis) tape-konfigurationen $\#11\#111\underset{\triangle}{\#}$ så stannar den med tape-konfigurationen $\#11111\underset{\triangle}{\#}$. (4p)

(a) Gör en körning med input $x = 2$ och $y = 1$. Med andra ord, gör en körning då TM:en startas i tape-konfigurationen $\underset{\triangle}{\#}11\#1$.

(b) Beskriv vad $f(x, y)$ är för godtyckliga naturliga tal x och y.



7. För vart och ett av språken L_3, L_4 och L_5 (över alfabetet $\{a, b, c\}$), bestäm om det är reguljärt eller inte och om det är sammanhangsfritt eller inte. (Alla svar måste givetvis motiveras på lämpligt sätt.) (7p)

$$L_3 = \{a^n b^{n+m} c^m : n, m \in \mathbb{N}\}$$
$$L_4 = \{a^i b^j c^k : i, j, k \in \mathbb{N}, i + 2 \leq j \text{ och } j + 2 \leq k\}$$
$$L_5 = \{(ab)^n c^m : n, m \in \mathbb{N}\}$$

8. För en TM M så betecknar K_M den binära koden för M. Låt

$$L = \{K_M : \ M \text{ är en TM som accepterar någon sträng av längd 5 eller av längd 12}\}.$$

Besvara (med lämplig motivation) följande frågor: (6p)
(a) Är L TM-avgörbar?
(b) Är L TM-accepterbar?
(c) Är $\overline{L}$ TM-accepterbar? ($\overline{L}$ betecknar komplementet till L.)

9. Är påståendet sant? Om det är sant, bevisa det. Om inte, ge ett motexempel (med lämpliga förklaringar). (5p)
(a) Om språken L_1 och L_2 är sammanhangsfria så är även $L_1 L_2$ sammanhangsfritt.
(b) Om språket L är sammanhangsfritt så är även $\overline{L}$ sammanhangsfritt.

Lycka till!