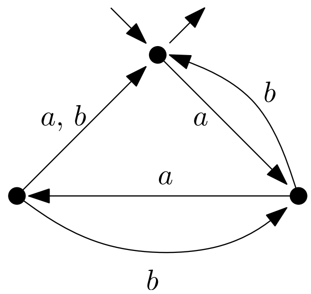
UPPSALA UNIVERSITET	TENTAMEN
Matematiska institutionen	**Automatateori**
Vera Koponen	2020-08-17

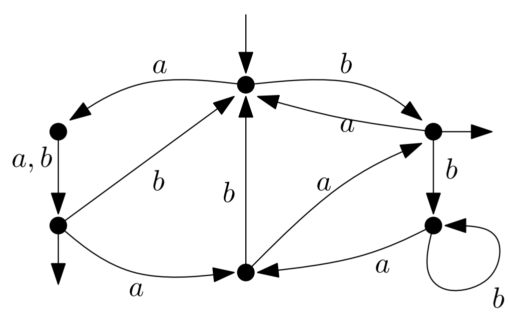
Skrivtid: 8 – 13. Tillåtna hjälpmedel: pennor, radergummi, linjal, papper samt kursbok. *Betygsgränser:* För betyg 3/4/5 minst 18/25/32 poäng. Om man har fått minst 10 poäng, respektive minst 15 poäng, på duggan som gavs på hösten 2019 så får man uppgifterna 1 och 2, respektive 1, 2 och 3, tillgodo (alltså full poäng utan att göra dem). *Om inget annat sägs så ska svaren/lösningarna motiveras på lämpligt sätt.*

1. Konstruera, med delmängdsalgoritmen, en DFA som accepterar samma språk som följande NFA: (3p)



2. Konstruera, med tillståndselimination, ett reguljärt uttryck för språket som accepteras av NFA:n i uppgift 1. (3p)

3. Konstruera, med särskiljandealgoritmen, en minimal DFA som accepterar samma språk som följande DFA. Om DFA:n redan är minimal så måste detta ändå motiveras med särskiljandealgoritmen. (3p)



4. För vart och ett av följande språk (över alfabetet $\{a, b\}$), bestäm om det är reguljärt eller inte. Om det är reguljärt så måste du visa detta med hjälp av ett reguljärt uttryck, DFA eller NFA och eventuellt med lämpliga slutenhetsegenskaper. Om det inte är reguljärt ska detta visas med särskiljandesatsen eller pumpsatsen för regulära språk. (5p)

$$L_1 = \{w \in \{a, b\}^* : \ w \text{ innehåller minst fem gånger så många } a \text{ som } b\}$$
$$L_2 = \{w \in \{a, b\}^* : \ \text{antalet } a \text{ i } w \text{ är jämnt delbart med } 5\}$$

5. Betrakta nedanstående grammatik som vi kallar G. Bara symbolerna a och b är terminerande. (4p)

(a) För var och en av strängarna $a^3b^3a^5$ och $a^3b^3a^6$, bestäm om strängen tillhör $L(G)$. Om den gör det så visa en produktion av strängen. I annat fall förklara varför ingen sådan produktion finns.

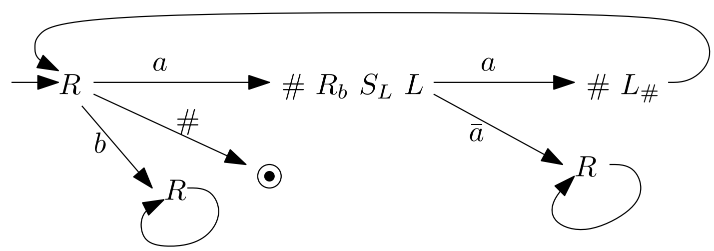
(b) Beskriv språket $L(G)$, dvs förklara (med ord och/eller symboler) exakt vilka strängar som tillhör $L(G)$.

Fortsätter på nästa sida.

$$
\begin{aligned}
S &\to XZ & YZ &\to Zaa \\
X &\to aXbY \mid \varepsilon & Z &\to \varepsilon \\
Yb &\to bY & &
\end{aligned}
$$

6. Nedan beskrivs en TM som vi kallar M. Kom ihåg att om "vänstershiftaren" S_L startas med (exempelvis) tape-konfigurationen $\#ab\underset{\triangle}{b}abb\#$ så stannar den med tape-konfigurationen $\#ababb\underset{\triangle}{\#}$. (4p)

(a) Välj en sträng vars längd är minst 6 och som accepteras av M (dvs tillhör $L(M)$) och gör en körning för denna sträng.
(b) Beskriv $L(M)$, eller med andra ord, beskriv vilka strängar som accepteras av M.



7. För vart och ett av språken L_3, L_4 och L_5 (över alfabetet $\{a, b, c\}$), bestäm om det är reguljärt eller inte och om det är sammanhangsfritt eller inte. (Alla svar måste givetvis motiveras på lämpligt sätt.) (7p)

$$
\begin{aligned}
L_3 &= \{a^{n!} : n \in \mathbb{N}\} \qquad (\text{där } 0! = 1 \text{ och } n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n \text{ om } n > 0) \\
L_4 &= \{a^{3n+1} b^{2m} : n, m \in \mathbb{N}\} \\
L_5 &= \{a^{3n+1} b^{2n} : n \in \mathbb{N}\}
\end{aligned}
$$

Anmärkning: I nedanstående uppgifter så är det tillåtet att beskriva en algoritm informellt och hänvisa till Church-Turings tes om man vill bevisa att ett problem är TM-avgörbart eller TM-accepterbart.

8. För en TM M så betecknar K_M den binära koden för M. Låt

$$L_6 = \{K_M : \ M \text{ är en TM sådan att alla strängar i } L(M) \text{ har jämn längd}\}.$$

Besvara (med lämplig motivation) följande frågor: (5p)
(a) Är L_6 TM-avgörbar?
(b) Är L_6 TM-accepterbar?

9. Är påståendet sant? Om det är sant, bevisa det. Om inte, ge ett motexempel och förklaring. (6p)
(a) Om språken L_1 och L_2 är TM-avgörbara så är även $L_1 \cap L_2$ TM-avgörbart.
(b) Om språken L_1 och L_2 är TM-accepterbara så är även $L_1 \cap L_2$ TM-accepterbart.
(c) Om språken L_1 och L_2 är TM-accepterbara så är även $L_1 L_2$ TM-accepterbart.

Lycka till!