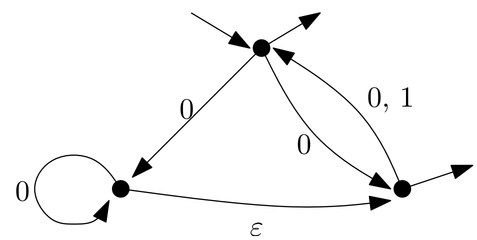
UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Vera Koponen

TENTAMEN
Automatateori
2020-12-19

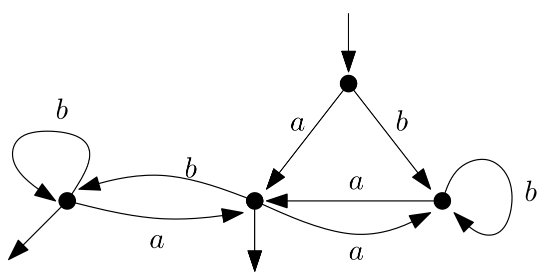
Skrivtid: 8 – 13. Tillåtna hjälpmedel: pennor, radergummi, linjal, papper samt kursbok. *Betygsgränser:* För betyg 3/4/5 minst 18/25/32 poäng. Om man har fått minst 10 poäng, respektive minst 15 poäng, på duggan som gavs på hösten 2020 så får man uppgifterna 1 och 2, respektive 1, 2 och 3, tillgodo (alltså full poäng utan att göra dem). *Om inget annat sägs så ska svaren/lösningarna motiveras på lämpligt sätt.*

1. Konstruera, med delmängdsalgoritmen, en DFA som accepterar samma språk som följande NFA: (3p)



2. Konstruera, med tillståndselimination, ett reguljärt uttryck för språket som accepteras av NFA:n i uppgift 1. (3p)

3. Konstruera, med särskiljandealgoritmen, en minimal DFA som accepterar samma språk som följande DFA. Om DFA:n redan är minimal så måste detta ändå motiveras med särskiljandealgoritmen. (3p)



4. För vart och ett av följande språk över alfabetet $\{a, b\}$, bestäm om det är reguljärt eller inte. Om det är reguljärt så måste du visa detta med hjälp av ett reguljärt uttryck, DFA eller NFA och eventuellt med lämpliga slutenhetsegenskaper. Om det inte är reguljärt ska detta visas med särskiljandesatsen eller pumpsatsen för reguljära språk. (5p)

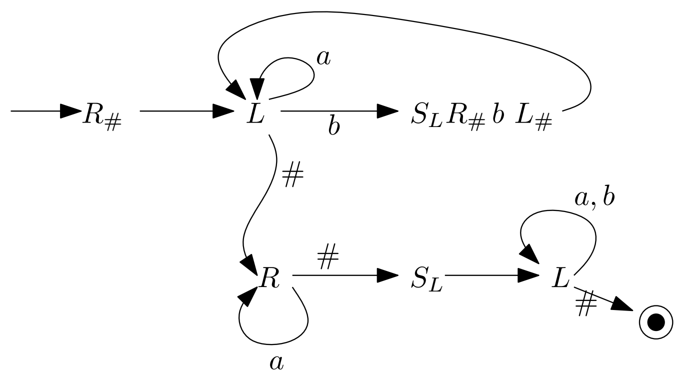
$$L_1 = \{xy : \ x, y \in \{a, b\}^* \text{ och } x \text{ innehåller exakt tre gånger så många } a \text{ som } y \text{ gör}\}$$
$$L_2 = \{w \in \{a, b\}^* : \ \text{antalet } a \text{ i } w \text{ är exakt tre gånger så stort som antalet } b \text{ i } w\}$$

5. Konstruera en PDA och en CFG som accepterar, respektive producerar, språket som innehåller alla strängar över $\{a, b\}$ som har udda längd och sådana att den första, sista och mittersta symbolen är densamma. (5p)

Fortsätter på nästa sida.

6. Nedan beskrivs en TM som vi kallar M. Kom ihåg att om "vänstershiftaren" S_L startas med (exempelvis) tape-konfigurationen $\#ab\underset{\triangle}{b}abb\#$ så stannar den med tape-konfigurationen $\#ababb\underset{\triangle}{\#}$. (4p)

(a) Gör en körning där M får strängen $ababa$ som input.
(b) M beräknar en funktion från $\{a, b\}^*$ till $\{a, b\}^*$. Beskriv denna funktion och motivera ditt svar.



7. För vart och ett av språken L_3, L_4 och L_5 över alfabetet $\{a, b, c\}$, bestäm om det är reguljärt eller inte och om det är sammanhangsfritt eller inte. (Alla svar måste givetvis motiveras på lämpligt sätt.) (6p)

$$L_3 = \{wvw : w \in \{a, b\} \text{ och } v \in \{a, b, c\}\}$$
$$L_4 = \{wvw : w \in \{a, b\}^+ \text{ och } v \in \{a, b, c\}\}$$
$$L_5 = \{wvw : w \in \{a, b\}^+ \text{ och } v \in \{a, b, c\}^+\}$$

8. (a) Finns det någon TM som givet godtyckliga TM:ar M_1 och M_2 avgör om M_1 och M_2 accepterar samma strängar av längd högst 1000?
(b) Finns det någon TM som givet godtyckliga TM:ar M_1 och M_2 avgör om $L(M_1) \subseteq L(M_2)$? (5p)

9. Antag att L_1 och L_2 är språk över $\{a, b\}$ och antag att $L_1 \subseteq L_2$. Bestäm för vart och ett av följande påståenden om det är sant? Om det är sant, bevisa det. Om inte, ge ett motexempel och förklaring. (6p)
(a) Om L_2 inte är reguljärt så är inte heller L_1 reguljärt.
(b) Om L_2 beskrivs av uttrycket a^*b^* så måste L_1 vara reguljärt.
(c) Om L_2 är reguljärt och det finns ett reguljärt språk L_3 sådant att $L_2 = L_3 \cup L_1$ så måste L_1 vara reguljärt.

Lycka till!