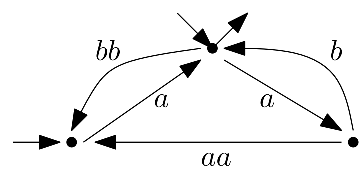
UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Vera Koponen

TENTAMEN
Automatateori
2021-08-20

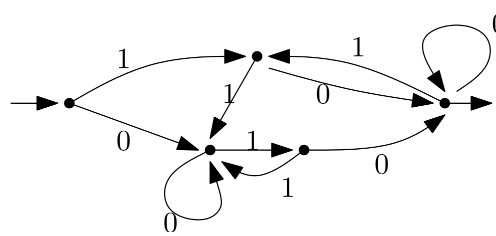
Skrivtid: 8 – 13. Tillåtna hjälpmedel: pennor, radergummi, linjal, papper samt kursbok. *Betygsgränser:* För betyg 3/4/5 minst 18/25/32 poäng. Om man har fått minst 10 poäng, respektive minst 15 poäng, på duggan som gavs på hösten 2020 så får man uppgifterna 1 och 2, respektive 1, 2 och 3, tillgodo (alltså full poäng utan att göra dem). *Om inget annat sägs så ska svaren/lösningarna motiveras på lämpligt sätt.*

1. Konstruera, med delmängdsalgoritmen, en DFA som accepterar samma språk som följande NFA: (3p)



2. Konstruera, med tillståndselimination, ett reguljärt uttryck för språket som accepteras av NFA:n i uppgift 1. (3p)

3. Konstruera, med särskiljandealgoritmen, en minimal DFA som accepterar samma språk som följande DFA. Om DFA:n redan är minimal så måste detta ändå motiveras med särskiljandealgoritmen. (3p)



4. För vart och ett av språken nedan, bestäm om det är reguljärt eller inte. Om det är reguljärt så ska det visas med hjälp av en NFA, DFA, reguljärt uttryck och/eller slutenhetsegenskaper. Om det inte är reguljärt så ska det visas med särskiljandesatsen eller pumpsatsen. (5)

$L_1 = \{w \in \{0,1\}^* :$ i basen 2 (dvs i binär representation) representerar w ett jämnt tal$\}$
$L_2 = \{w \in \{0,1\}^* :$ det finns ett heltal $n > 1$ så att i basen 2 representerar w talet $2^{n+1} + 2^{n+2} + \ldots + 2^{2n}\}$

5. Betrakta följande grammatik, där de små bokstäverna är terminerande och de stora är icketerminerande (och ε betecknar den tomma strängen): (6p)

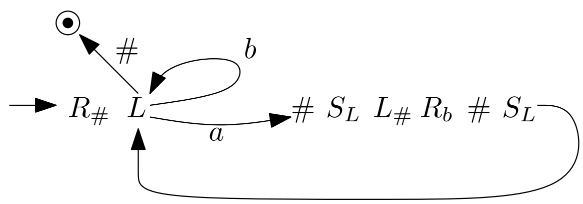
$$S \to ASb \mid A \mid \varepsilon$$
$$A \to AA \mid a$$

(a) För var och en av strängarna *aaaabbb* och *aabab* bestäm om den kan produceras av grammatiken? Om strängen kan produceras så gör en produktion av den. Om inte så förklara varför strängen inte kan produceras.
(b) Beskriv språket som produceras av grammatiken.
(c) Konstruera en PDA som accepterar samma språk som grammatiken ovan producerar.

Fortsätter på nästa sida.

6. Betrakta Turingmaskinen nedan. Kom ihåg att om “vänstershiftaren” S_L startas i (exempelvis) konfigurationen $\#bab\underset{\triangle}{\#}aba\#$ så stannar den i konfigurationen $\#bababa\underset{\triangle}{\#}$. (4p)

(a) Är det så att Turingmaskinen accepterar strängen *aababb*? Om ja, visa detta genom att köra maskinen på strängen. Om nej, förklara varför.
(b) Beskriv språket som Turingmaskinen accepterar.



7. För vart och ett av följande språk, bestäm om det är reguljärt eller inte, *och* om det är sammanhangsfritt eller inte. (Alla svar måste givetvis motiveras på lämpligt sätt.) (6p)

$$L_3 = \{uvu : u, v \in \{a,b\}^* \text{ och } |u|, |v| \geq 2\}$$
$$L_4 = \{u^{rev}vu : u, v \in \{a,b\}^* \text{ och } |u|, |v| \geq 2\}$$

8. I den här uppgiften betecknar M alltid en TM och K_M betecknar dess binära kod (och K_w betecknar koden av en sträng w). Besvara följande frågor och glöm inte att motivera dina svar med informell algoritm, Rices sats eller reduktion till stopp-problemet. (5p)
(a) Är språket $L_5 = \{K_M : \ L(M) \text{ är unionen av två sammanhangsfria språk}\}$ TM-avgörbart?
(b) Är språket $L_6 = \{K_M\#K_w : \ M\text{:s läshuvud besöker högst } 2|w| \text{ rutor efter start på } w\}$ TM-avgörbart?

9. M_1 och M_2 betecknar DFA:er som i båda fallen har inputalfabet $\{a, b\}$. Vi får veta att M_1 har exakt 5 tillstånd, M_2 har exakt 15 tillstånd och båda DFA:erna accepterar strängen *abaabbbabaaab*. För var och en av DFA:erna M_1 och M_2 besvara följande frågor och motivera svaren:
Är informationen som givits om DFA:n tillräcklig för att man ska kunna avgöra om DFA:n accepterar oändligt många strängar? Om svaret på frågan är ja, är det så att DFA:n accepterar oändligt många strängar? (5p)

Lycka till!