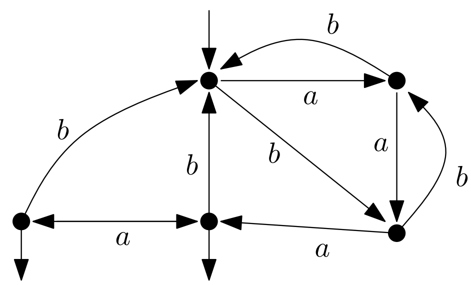
UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Vera Koponen

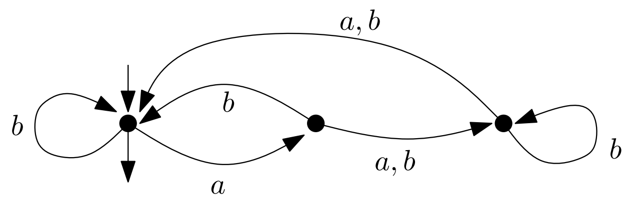
TENTAMEN
Automatateori
2021-10-22

Skrivtid: 8 – 13. Tillåtna hjälpmedel: pennor, radergummi, linjal och papper (det sista tillhandahålles). *Betygsgränser:* För betyg 3/4/5 minst 18/25/32 poäng. Om man har fått minst 10 poäng, respektive minst 15 poäng, på duggan som gavs på hösten 2021 så får man uppgifterna 1 och 2, respektive 1, 2 och 3, tillgodo (alltså full poäng utan att göra dem). *Om inget annat sägs så ska alla svar motiveras på lämpligt sätt.*

1. Konstruera, med särskiljandealgoritmen, en minimal DFA som accepterar samma språk som följande DFA. Om DFA:n redan är minimal så måste detta ändå motiveras med särskiljandealgoritmen. (3p)



2. Konstruera, med tillståndselimination, ett reguljärt uttryck för språket som accepteras av NFA:n nedan: (3p)



3. Konstruera, med delmängdsalgoritmen, en DFA som accepterar samma språk som NFA:n i uppgift 2. (3p)

4. För vart och ett av språken nedan, bestäm om det är reguljärt eller inte. Om det är reguljärt så ska det visas med hjälp av en NFA, DFA, reguljärt uttryck och/eller slutenhetsegenskaper. Om det inte är reguljärt så ska det visas med särskiljandesatsen eller pumpsatsen. (5)

$L_1 = \{w \in \{a,b\}^* :$ w har fler förekomster av delsträngen $abba$ än av delsträngen $aaa\}$
$L_2 = \{w \in \{a,b\}^* :$ w har högst 3 förekomster av delsträngen $abba\}$

Anmärkning: Observera att tex strängen $aaaa$ har två förekomster av delsträngen aaa (de tre första tecknen och de tre sista tecknen).

5. Betrakta följande grammatik, där de små bokstäverna är terminerande och de stora är icketerminerande (och ε betecknar den tomma strängen): (4p)

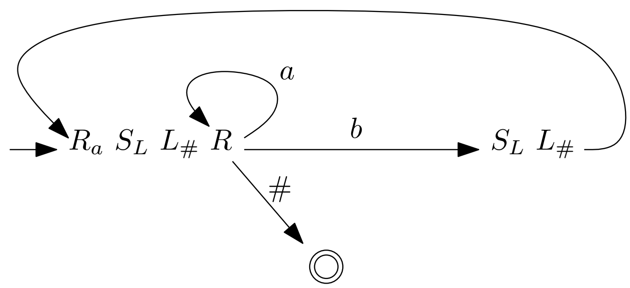
$$S \to TP \qquad Ab \to bA$$
$$T \to aATb \mid \varepsilon \qquad AP \to Pa$$
$$Aa \to aA \qquad P \to \varepsilon$$

Fortsätter på nästa sida.

(a) För var och en av strängarna *aabbaa* och *aababa* bestäm om den kan produceras av grammatiken? Om strängen kan produceras så gör en produktion av den. Om inte så förklara varför strängen inte kan produceras.
(b) Beskriv språket som produceras av grammatiken.

6. Betrakta Turingmaskinen nedan. Kom ihåg att om "vänstershiftaren" S_L startas i (exempelvis) konfigurationen $\#bab\underset{\triangle}{a}aba\#$ så stannar den i konfigurationen $\#bababa\underset{\triangle}{\#}$. (6p)

(a) Är det så att Turingmaskinen accepterar strängen *baababa*? Om ja, visa detta genom att köra maskinen på strängen. Om nej, förklara varför.
(b) Beskriv språket som Turingmaskinen accepterar.
(c) Konstrurera en restriktionssfri (eventuellt sammanhangsfri) grammatik som producerar samma språk som Turingmaskinen accepterar.



7. Låt $X = \{a^n b^m : \ n, m \in \mathbb{N} \text{ och } n \leq m\}$, så $X^{rev} = \{b^n a^m : \ n, m \in \mathbb{N} \text{ och } n \geq m\}$ och låt Y vara språket som beskrivs av det reguljära uttrycket a^*. För vart och ett av språken L_3, L_4 och L_5, bestäm om det är reguljärt eller inte, *och* om det är sammanhangsfritt eller inte. (Alla svar måste givetvis motiveras på lämpligt sätt.) (7p)

$$L_3 = XX^{rev} \qquad L_4 = YX \qquad L_5 = \{(a^n b^n)^m : n, m \in \mathbb{N}\}.$$

8. Besvara följande frågor och glöm inte att motivera dina svar med informell algoritm, Rices sats eller reduktion till stopp-problemet. Notationen K_M betecknar den binära koden för en TM M. (5p)
(a) Är språket $L_6 = \{K_M : \ M \text{ är en TM som accepterar någon sträng på formen } a^n b^n\}$ avgörbart?
(b) Är språket L_6 TM-accepterbart?

9. För vart och ett av påståendena nedan, bevisa det eller ge motexempel. (4p)
(a) Om L_1 och L_2 är språk och både $L_1 \cup L_2$ och $L_1 \cap L_2$ är reguljära så är både L_1 och L_2 reguljära.
(b) Om L_1 och L_2 är språk och både $L_1 \cup L_2$ och $L_1 \cap L_2$ är avgörbara så är både L_1 och L_2 avgörbara.

Lycka till!