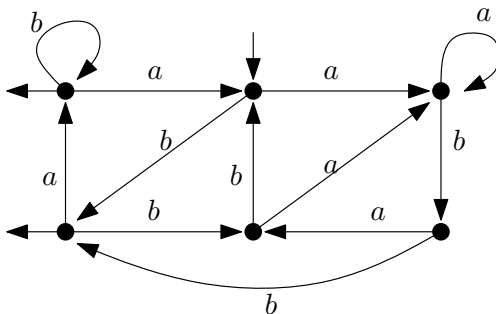
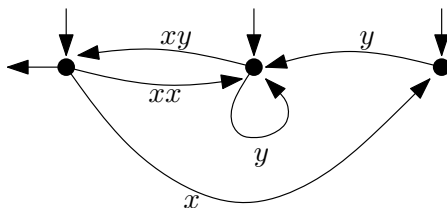


Skrivtid: 14–19. Tillåtna hjälpmedel: pennor, radergummi, linjal, papper (det sistnämnda tillhandahålles). Betygsgränser: För betyg 3/4/5 minst 18/25/32 poäng. Om man har fått minst 10 poäng, respektive minst 15 poäng, på duggan som gavs på hösten 2021 så får man uppgifterna 1 och 2, respektive 1, 2 och 3, tillgodo (alltså full poäng utan att göra dem). Om inget annat sägs så ska svaren motiveras på lämpligt sätt.

1. Konstruera, med särskiljandealgoritmen, en minimal DFA som accepterar samma språk som följande DFA. Om DFA:n redan är minimal så måste detta ändå motiveras med särskiljandealgoritmen. (3p)



2. Konstruera, med tillståndselimination, ett reguljärt uttryck för språket som accepteras av NFA:n nedan, vars alfabet är $\{x, y\}$. (3p)



3. Konstruera, med delmängdsalgoritmen, en DFA som accepterar samma språk som NFA:n i uppgift 2. (5)
4. För vart och ett av språken nedan, bestäm om det är reguljärt eller inte. Om det är reguljärt så ska det visas med hjälp av en NFA, DFA, reguljärt uttryck och/eller slutenhetsegenskaper. Om det inte är reguljärt så ska det visas med särskiljandesatsen eller pumpsatsen. (5)

$$L_1 = \{u^{rev}vu : u, v \in \{a, b\}^* \text{ och } |v| = 2\}$$

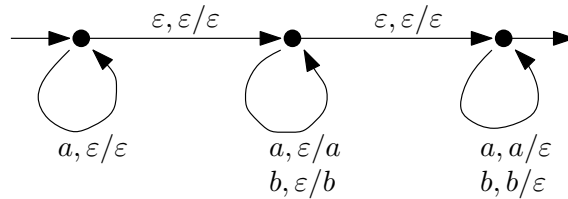
$$L_2 = \{u^{rev}vu : u, v \in \{a, b\}^* \text{ och } |u| = 2\}$$

Fortsätter på nästa sida

5. Nedan beskrivs en PDA. (5p)

(a) För var och en av strängarna $aababa$ och $aabaaaaab$ bestäm om den accepteras. Om den accepteras så visa det med en körning, om inte förklara varför den inte accepteras.

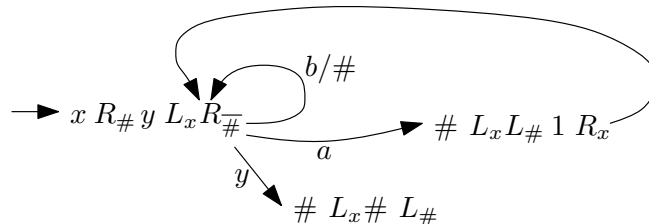
(b) Konstruera en sammanhangsfri grammatik som producerar samma språk som PDA:n accepterar.



6. Nedan beskrivs en TM (dvs Turingmaskin) vars input-alfabet är $\{a, b\}$. Kom ihåg att $R_{\#}$ letar till höger efter det första tecknet som *inte* är $\#$. (4p)

(a) Visa med en körning hur TM:en fungerar när den startas med strängen $abaab$ på tapen.

(b) Förklara vilken sträng som finns på tapen när TM:en har stannat om den startas med en godtycklig sträng över $\{a, b\}^*$ på tapen.



7. (a) Finns det någon TM som givet en godtycklig NFA M avgör om $L(M)$ innehåller någon sträng vars längd är minst 1000? (6p)

(b) Finns det någon TM som givet en godtycklig TM M avgör om $L(M)$ innehåller någon sträng vars längd är minst 1000? (6p)

8. För vart och ett av följande språk, bestäm om det är reguljärt eller inte *och* om det är sammanhangsfritt eller inte. (6p)

$$L_3 = \{vuu^{rev}v : u, v \in \{a, b\}^* \text{ och } |u| \geq 2\}$$

$$L_4 = \{uu^{rev}v : u, v \in \{a, b\}^* \text{ och } |u| \geq 2\}$$

9. Betrakta följande grammatik som vi kallar G

$$S \longrightarrow \varepsilon \mid aSb \mid bSa \mid SS$$

där a och b är de terminerande symbolerna. Det är tydligt att varje sträng i $L(G)$ har lika många a som b . Bevisa, med induktion över strängars längd, att om $w \in \{a, b\}^*$ har lika många a som b så $w \in L(G)$. (5p)

Lycka till!