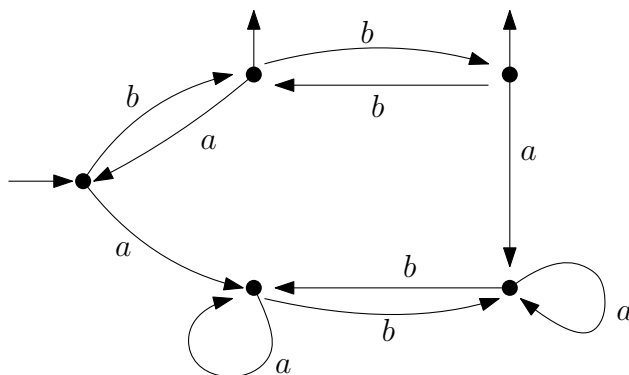
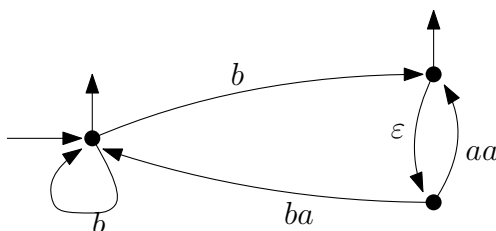


Skrivtid: 8–13. Tillåtna hjälpmedel: pennor, radergummi, linjal, papper (det sistnämnda tillhandahålls). Betygsgränser: För betyg 3/4/5 minst 18/25/32 poäng. Om man har fått minst 10 poäng, respektive minst 15 poäng, på duggan som gavs på hösten 2022 så får man uppgifterna 1 och 2, respektive 1, 2 och 3, tillgodo (alltså full poäng utan att göra dem). Om inget annat sägs så ska svaren motiveras på lämpligt sätt.

1. Konstruera, med särskiljandealgoritmen, en minimal DFA som accepterar samma språk som följande DFA. Om DFA:n redan är minimal så måste detta ändå motiveras med särskiljandealgoritmen. (3p)



2. Konstruera, med delmängdsalgoritmen, en DFA som accepterar samma språk som följande NFA. (3p)



3. Konstruera, med tillståndselimination, ett reguljärt uttryck för språket som accepteras av NFA:n i uppgift 2. (3p)

4. I den här uppgiften betraktar vi alfabetet $\Sigma = \{2, 3\}$. Låt *summan* av $w \in \Sigma^*$ vara summan av alla tecknen i w betraktade som tal. Låt *2-summan* av w vara summan av alla tvåor i w , och på liknande sätt definierar vi *3-summan*. Exempelvis är summan av 23223 lika med 12, 2-summan av 23223 är lika med 6, och 3-summan av 23223 är lika med 6.

För vart och ett av språken nedan, bestäm om det är reguljärt eller inte. (5)

$$L_1 = \{w \in \Sigma^* : \text{summan av } w \text{ är minst } 7\}$$

$$L_2 = \{w \in \Sigma^* : 2\text{-summan av } w \text{ är minst lika stor som } 3\text{-summan av } w\}$$

Fortsätter på nästa sida

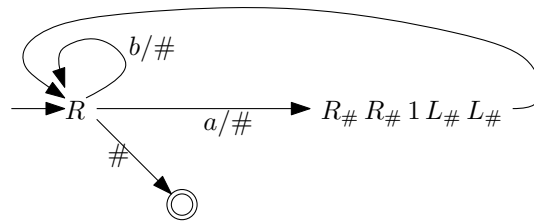
5. Betrakta grammatiken nedan där små bokstäver betecknar terminerande symboler och stora bokstäver betecknar icketerminerande symboler. (4p)

(a) För var och en av strängarna $ababcdd$ och $babadc$ bestäm om den kan produceras. Om ja, så visa en produktion av strängen, om inte förklara varför den inte kan produceras.

(b) Beskriv grammatikens språk.

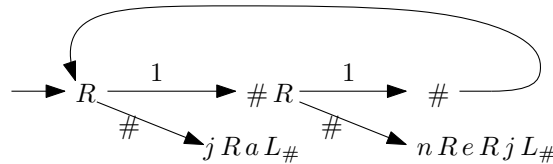
$$\begin{array}{lll} S \rightarrow UV & AB \rightarrow BA & A \rightarrow a \\ U \rightarrow AUB \mid \varepsilon & BA \rightarrow AB & B \rightarrow b \\ V \rightarrow CVD \mid \varepsilon & CD \rightarrow DC & C \rightarrow c \\ & DC \rightarrow CD & D \rightarrow d \end{array}$$

6. Nedan beskrivs en TM (dvs Turingmaskin) vars input-alfabet är $\{a, b\}$. (5p)



(a) Beskriv vad TM:en gör i allmänhet, och visa en körning då den startas med strängen $baabba$ på tapen.

(b) Låt oss modifiera ovanstående TM genom att byta ut stopptillståndet (dubbelringen) med



där även symbolerna e, j och n ingår i den nya TM:ens tapealfabet. Den nya TM:en avgör ett språk över $\{a, b\}$. Beskriv det språket.

7. För vart och ett av följande språk, bestäm om det är reguljärt eller inte *och* om det är sammanhangsfritt eller inte. (7p)

$$L_3 = \{w \in \{0, 1\}^* : w \text{ innehåller exakt } n^2 \text{ ettor för något naturligt tal } n \leq 2\}$$

$$L_4 = \{w \in \{0, 1\}^* : w \text{ innehåller exakt } n^2 \text{ ettor för något naturligt tal } n \geq 2\}$$

$$L_5 = \{w \in \{0, 1\}^* : w \text{ innehåller exakt } 2n \text{ ettor för något naturligt tal } n \geq 2\}$$

8. Finns det någon TM som: (6p)

(a) givet en godtycklig TM M , avgör om alla strängar i $L(M)$ slutar på a ?

(b) givet en godtycklig NFA M , avgör om alla strängar i $L(M)$ slutar på a ?

9. Låt L vara ett språk och M en DFA som accepterar L . Bevisa att om L särskiljer A där A är en mängd som innehåller n strängar så måste M ha minst n tillstånd. (4p)

Lycka till!