UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Staffan Rodhe & Gunnar Berg

Prov i matematik

Baskurs i matematik

Div. civ.ing.program samt
Kandidatprogrammet
i Datavetenskap
2010-10-24

Skrivtid: 8-13. Tillåtna hjälpmedel: skrivdon. Poäng: varje uppgift ger maximalt 1 poäng på A-delen, 2 poäng på B-delen och 5 poäng på C-delen.. För Godkänd fordras minst 18 poäng, för betyget fyra minst 25 poäng och för betyget fem minst 32 poäng. Ev. bonuspoäng från duggan medräknas. **På B-och C-delarna accepteras endast välskrivna och tydliga lösningar för rättning.**

A-del. (Endast svar krävs!)

1. Förenkla uttrycket
$$\frac{1-x^2}{2x+2}.$$
2. Bestäm värdet av $\cos(-5\pi/3)$.
3. Bestäm summan av de hundra första udda heltalen.
4. Skriv talet $-1+i$ på polär form.
5. Bestäm värdet av $\lg(1/\sqrt{1000})$.
6. Hur långa är storaxeln och lillaxeln hos ellipsen
$$x^2+4(y-1)^2=4\,?$$
7. Om $\cos x = 1/3$ vad är då $\cos 2x$?
8. Vilka reella tal uppfyller $|1-2x|=3$?

B-del. (Fullständiga lösningar krävs!)

9. Lös olikheten
$$\frac{2x+1}{x}>1.$$
10. Visa med induktion att för alla naturliga tal n gäller
$$\sum_{k=0}^{n} 5^k = \frac{5^{n+1}-1}{4}.$$
11. På hur många sätt kan man välja ut två kaninhonor och en kaninhane om man har tio honor och en hane?

12. Illustrera i komplexa talplanet mångden som ges av

$$\operatorname{Im}(iz + 1 + 2i) = 1.$$

13. Bestäm medelpunkt och radie för cirkeln

$$x^2 - 4\,x + y^2 + 6\,y = 3.$$

14. Visa att för positiva reella tal a och b gäller

$$a^{\lg b} = b^{\lg a}.$$

C-del. (Fullständiga lösningar krävs!)

15. Lös den trigonometriska ekvationen

$$\cos^2 x - 3\sin^2 x = 0.$$

16. Lös den binomiska ekvationen

$$z^4 = -16$$

och illustrera rötternas läge i komplexa planet.

17. Bestäm konstanten a så att termen $(-4x)$ ingår i utvecklingen

$$(\frac{x^4}{a} - \frac{1}{x})^9.$$

18. Lös ekvationen

$$\lg\Big(\frac{100}{x+10}\Big) - \lg(x-5) = 0.$$

LYCKA TILL!