UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Abrahamsson, Styf
0707-430773 resp 0707-253107

Prov i matematik
Civilingenjörsprogrammen IT, K, STS, samt
Högskoleingenjörsprogrammet EI
Endimensionell analys
2004-06-14

Skrivtid: 09.00 – 14.00. Tillåtna hjälpmedel: Manuella skrivdon samt bifogat formelblad. Lösningarna skall vara försedda med motiveringar. Varje uppgift är värd 5 poäng. För betygen 3, 4, 5 krävs minst 18, 25 respektive 32 poäng. Påbörja varje uppgift på nytt papper och skriv endast på papperets ena sida.

Följande problem löses om motsvarande duggor ej är godkända.

1. Bestäm ekvationen för tangentlinjen till kurvan $y = e^{-x^2}$ i punkten (a, e^{-a^2}). Bestäm också skärningspunkterna mellan tangentlinjen och koordinataxlarna.

2. Bestäm eventuella lokala extrempunkter till funktionen $f(x) = (2x^2+1)e^{-x^2}$. Är någon/några av dessa globala extrempunkter?

3. Beräkna gränsvärdena

$$\lim_{x\to 0} \frac{x\cos x - x}{1 - e^{x^3}} \quad \text{samt} \quad \lim_{x\to\infty} \frac{x\cos x - x}{1 - e^{x^3}}.$$

4. Beräkna volymen av den kropp som alstras då området

$$0 \leq y \leq \frac{1}{x^2(x^2+1)}, \ 1 \leq x \leq 2$$

roteras ett varv runt y–axeln.

Vänd blad för fler uppgifter!

Följande problem löses av alla och envar.

5. Beräkna den generaliserade integralen

$$\int_1^\infty xe^{-x^2}\,dx$$

6. Studera funktionen

$$f(x) = x - \frac{1+x}{1-x}$$

med avseende på asymptoter och lokala extrempunkter. Skissera dessutom grafen till funktionen.

7. Avgör om följande serier är konvergenta eller divergenta:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^2+1} \qquad \text{samt} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n+1}$$

8. Volymen V av ett klot med radie r ges av formeln

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}.$$

I ett visst klotformat moln förändras volymen enligt formeln

$$\frac{dV}{dt} = -4\pi kr\ m^3/s$$

där t betecknar tiden (mätt i sekunder) och k är en positiv konstant. Vid tiden $t = 0$ uppmäts volymen till 10 m^3. Bestäm volymen vid tiden $t = 5$ s.

Svar till tentamen i Endimensionell analys 2004-06-14

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.