UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Abrahamsson, 4713205, 0702-353722

Prov i matematik
IT, K, X, W, EI, MI.
Flerdimensionell analys
2005-04-05

Skrivtid: 08.00 – 13.00. Tillåtna hjälpmedel: Manuella skrivdon. Varje uppgift är värd maximalt 5 poäng. Lösningarna skall vara försedda med motiveringar. Påbörja varje uppgift på nytt papper och skriv endast på papperets ena sida.
Observera: Duggor kan endast tillgodoräknas av dem som läste kursen hösten 2004.

Följande två problem löses om motsvarande duggor ej är godkända.

1. Bestäm tangentplanet till ytan $x^2e^{xyz-2} = 1$ i punkten $(1, 2, 1)$.

2. Beräkna dubbelintegralen

$$\iint_D \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}(1+x^2+y^2)}dxdy,$$

där $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0\}$.

Följande sex problem löses av alla och envar.

3. Bestäm alla lokala extrempunkter till funktionen

$$f(x, y, z) = x^2 - 2xy + y^3 + 2y^2,$$

samt deras karaktär.

4. Låt C vara skärningskurvan mellan cylindern $x^2 + y^2 = 1$ och planet $x - y - z + 1 = 0$. Antar funktionen $f(x, y, z) = 2x + y + z$ största och minsta värde på C? Bestäm i så fall dessa värden.

5. Beräkna

$$\oint_\gamma (2x - y^3)dx + (x^3 - e^{y^2})dy,$$

där γ är enhetscirkeln genomlöpt ett varv i positiv led.

6. Låt $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, -1 - 2z)$ och beräkna flödesintegralen $\iint_S \mathbf{F}(x, y, z) \cdot d\mathbf{S}$, där S är konen $z = 2(1 - \sqrt{x^2 + y^2})$, $z \geq 0$ med normal riktad ut från z–axeln.

VAR GOD VÄND!

7. Genom variabelbytet

$$\begin{cases} u &= x^2 + 2y \\ v &= y \end{cases}$$

transformeras differentialekvationen

$$\frac{\partial z}{\partial x} - x\frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

till en ekvation i variablerna u och v. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen (lösningen z skall uttryckas som en funktion av x och y).

8. Visa att sambandet $\tan(x + y) + x - y = 1$ definierar y som funktion av x i en omgivning av punkten $(\pi/8, \pi/8)$. Beräkna också $y'(\pi/8)$.

LYCKA TILL!

Svar till tentamen i Flerdimensionell analys 2005-04-05

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.