UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Gunnar Berg
Tel. 471 32 75

Prov i matematik
ANALYS I FLERA VARIABLER
STS
2008-01-11

Skrivtid: 13-18. Tillåtna hjälpmedel: Skrivdon. Poäng: det maximala poängantalet för varje uppgift anges nedan. För betygen 3, 4, 5 krävs minst 18, 25 respektive 32 p.

1. Bestäm tangentplanet i punkten $(2,1,3)$ till ytan $2x^2 + y^2 = z^2$. (5)

2. Kan funktionen
$$f(x,y) = \frac{xy}{x^2+2y^2}, \quad (x,y) \neq (0,0),$$
definieras i origo så att den blir kontinuerlig där? Ange i så fall ett sådant värde på $f(0,0)$.

3. Beräkna
$$\iint_\omega (x+1)\,dxdy$$
där ω är det ändliga område, som begränsas av kurvorna $y = x^2 + 2x$ och $y = x + 2$. (6)

4. Bestäm de stationära punkterna till funktionen
$$f(x,y) = 3x + x^3 - 3xy^2$$
samt bestäm deras karaktär. (6)

5. Transformera differentialekvationen
$$\frac{\partial z}{\partial x} - x\,\frac{\partial z}{\partial x} = 0$$
genom att införa variablerna $u = x^2 + 2y, v = y$. Bestäm också ekvationens allmänna lösning. (6)

6. Visa att sambandet
$$\ln xy - 2xy + x + 1 = 0$$
definierar y som funktion $f(x)$ av x i en omgivning av punkten $(1,1)$. Visa också att $f(x)$ har en stationär punkt i $x = 1$, samt bestäm dess karaktär. (6)

7. Beräkna volymen av den kropp som begränsas av paraboloiderna $z = x^2 + y^2$ och $z = 2 - 4x - x^2 - y^2$. (6)

LYCKA TILL!